

Общая оценка погрешности неявного итерационного метода (2) с учетом неточности в правой части уравнения линейного операторного уравнения (1) и погрешности в операторе имеет вид

$$\|x - u_{n,\delta}\| \leq \|x - x_n\| + \|x_n - x_{n,\delta}\| + \|x_{n,\delta} - u_{n,\delta}\| \leq s^s (2n\alpha)^{-s} \|z\| + n\alpha\delta + h^{-1} \left[ \frac{1}{(1-\alpha h)^n} - n\alpha h - 1 \right] \|y_\delta\|.$$

#### Список цитированных источников

1. Люстерник, Л.А. Элементы функционального анализа / Л.А. Люстерник, В.И. Соболев. – М.: Наука, 1965. – 520 с.

УДК 519.6

### СХОДИМОСТЬ МЕТОДА ИТАРАЦИЙ НЕЯВНОГО ТИПА РЕШЕНИЯ НЕКОРРЕКТНЫХ ЗАДАЧ С ПРИБЛИЖЕННО ЗАДАНЫМ ОПЕРАТОРОМ

**Гиль Д.В.**

*Брестский государственный университет им. А.С. Пушкина, г. Брест*

*Научный руководитель: Савчук В.Ф., к. ф.-м. н., доцент*

Пусть  $H$  и  $F$  – гильбертовы пространства и  $A$  – линейный непрерывный оператор, действующий из  $H$  в  $F$ . Предполагается, что нуль не является его собственным значением, однако принадлежит его спектру. Решается уравнение

$$A_\eta x = y_\delta,$$

где  $\|A - A_\eta\| \leq \eta$  и  $\|y - y_\delta\| \leq \delta$ . Предположим, что точное решение уравнения существует и является единственным. Будем искать его с помощью неявного итерационного метода

$$(E + \alpha A_\eta^k) x_{n+1} = x_n + \alpha A_\eta^{k-1} y_\delta, \quad x_0 = 0, \quad k \in N. \quad (1)$$

Пусть  $H = F$ ,  $A = A^* \geq 0$ ,  $A_\eta = A_\eta^* \geq 0$ ,  $S_p(A_\eta) \leq [0, M]$ ,  $0 < \eta < \eta_0$ . Тогда итерационный метод (1) запишется в виде

$$x_n = g_n(A_\eta) y_\delta,$$

где  $g_n(\lambda) = \lambda^{-1} \left[ 1 - \frac{1}{(1 + \alpha \lambda^k)^n} \right] \geq 0$ . Причем  $g_n(\lambda)$  удовлетворяет условиям

$$\sup_{0 \leq \lambda \leq M} |g_n(\lambda)| \leq \gamma^{1/k}, \quad (n > 0), \quad \gamma = k\alpha^{1/k}, \quad (2)$$

$$\sup_{0 \leq \lambda \leq M} \lambda^s |1 - \lambda g_n(\lambda)| \leq \gamma_s n^{-s/k}, \quad (n > 0), \quad \gamma_s = \left( \frac{s}{2k\alpha} \right)^{s/k}, \quad (3)$$

(здесь  $s$  – степень истокорпредставимости точного решения  $x = A^s z$ ,  $s > 0$ ,  $\|z\| \leq \rho$ ).

$$\sup_{0 \leq \lambda \leq M} |1 - \lambda g_n(\lambda)| \leq \gamma_0, \quad \gamma_0 = 1, \quad (n > 0). \quad (4)$$

$$\sup_{0 \leq \lambda \leq M} \lambda |1 - \lambda g_n(\lambda)| \rightarrow 0, \quad n \rightarrow \infty. \quad (5)$$

**Теорема.** Пусть  $A = A^* \geq 0$ ,  $A_\eta = A_\eta^* \geq 0$ ,  $\|A_\eta - A\| \leq \eta$ ,  $S_p(A_\eta) \leq [0, M]$ ,  $(0 < \eta < \eta_0)$ ,  $\alpha > 0$ ,  $y \in R(A)$ ,  $\|y - y_\delta\| \leq \delta$  и выполнены условия (2), (4), (5). Выберем параметр  $n = n(\delta, \eta)$  в приближении (1) так, чтобы  $(\delta + \eta)^{1/k}(\delta, \eta) \rightarrow 0$  при  $n(\delta, \eta) \rightarrow \infty$ ,  $\delta \rightarrow 0$ ,  $\eta \rightarrow 0$ . Тогда  $x_{n(\delta, \eta)} \rightarrow x^*$  при  $\delta \rightarrow 0$ ,  $\eta \rightarrow 0$ .

#### Список цитированных источников

1. Савчук, В.Ф. Регуляризация операторных уравнений в гильбертовом пространстве / В.Ф. Савчук, О.В. Матысик. – Брест: Изд-во БрГУ им. А.С. Пушкина. – 2008. – 196 с.

УДК 517.925

## ИССЛЕДОВАНИЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ДВУХ КОНКУРИРУЮЩИХ ПОПУЛЯЦИЙ

**Гловацкая А.А.**

*Брестский государственный университет им. А.С. Пушкина, г. Брест*

*Научный руководитель: Кожух И.Г., к.ф.-м.н., профессор*

Основным объектом исследований в экологии является динамика или эволюция популяций. Рассмотрим несколько типичных примеров.

#### Пример 1. Эволюция популяции.

Составить дифференциальное уравнение, описывающее эволюцию популяции при следующих предположениях:  $A$  – число особей в популяции, рождающихся в единицу времени, а  $B$  – число особей, умирающих в единицу времени. Решить и проанализировать полученное решение.

Решение. Обозначим посредством  $x(t)$  число особей в популяции в произвольный момент времени  $t$ . С достаточным основанием можно утверждать, что скорость изменения особей в популяции задается формулой:

$$\frac{dx}{dt} = A - B. \quad (1)$$

*Случай 1.* Линейная зависимость для скоростей рождения и умирания особей.

Простейшим случаем является ситуация, когда  $A = ax$ ,  $B = bx$ . В этом случае уравнение (1) переписывается в виде дифференциального уравнения с разделяющимися переменными:  $\frac{dx}{dt} = (a - b)x$ . Разделяя переменные, находим  $\frac{dx}{dt} = (a - b)dt$  и, интегрируя, получаем  $\int \frac{dx}{dt} = (a - b) \int dt \rightarrow \ln|x| = (a - b)t + \ln|c| \rightarrow \ln\left|\frac{x}{c}\right| = (a - b)t \rightarrow x = ce^{(a-b)t}$ .

Простейший анализ полученного выражения показывает, что если  $a > b$ , то при  $t \rightarrow \infty$  число особей  $x \rightarrow \infty$ . При  $a < b$ ,  $x \rightarrow \infty$  при  $t \rightarrow \infty$ , и популяция становится вымирающей.

*Случай 2.* Нелинейная зависимость для скоростей изменения числа особей.

Более реальными случаями для описания эволюции популяций, по-видимому, будут являться модели, которые предполагают, что скорость изменения числа особей является нелинейной функцией. В таком случае скорость прибавления числа особей в популяции задается дифференциальным уравнением следующего вида

$$\frac{dx}{dt} = f(x), \quad (2)$$

где  $f(x)$  – некоторая нелинейная функция.